

2.Остроменский П.И. Вибрационные испытания радиоаппаратуры и приборов. – Новосибирск: Изд-во Новосибирского ун-та, 1992. – 163 с.

3.Харрис С.М., Крид И.И. Справочник по ударным нагрузкам. – Л.: Судостроение, 1980. – 351 с.

4.Божко А.Е., Пермяков В.И., Пушня В.А. Методы проектирования электромеханических вибровозбудителей. – К.: Наук. думка, 1989. – 200 с.

Отримано 26.10.2007

УДК 624.21

В.П.КОЖУШКО, д-р техн. наук

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

РАСЧЕТ ПЛИТЫ СО СВОБОДНЫМ ЕЕ ОПИРАНИЕМ НА ЧЕТЫРЕ СТОРОНЫ

Приводится методика расчета плит, свободно опертых четырьмя сторонами, по методу, разработанному автором для определения напряженно-деформированного состояния пролетных строений мостов. Для сравнения полученных результатов по методам автора и Б.Г.Галеркина приведены примеры расчета.

Задача о расчете тонких пластин со свободно опертыми краями сводится к решению дифференциального уравнения четвертого порядка в частных производных. Сравнительно просто дифференциальное уравнение решается при загрузении пластинки по всей площади распределенной нагрузкой. Решение уравнения значительно усложняется при загрузении пластины иными внешними нагрузками (кусочной распределенной нагрузкой, сосредоточенными силами или моментами), поэтому точное решение известно только для отдельных (простых) задач.

Нами предлагается плиты разделять на систему продольных (вдоль пролета l_a) и поперечных (вдоль пролета l_b) полос (рис.1). Количество продольных полос шириной d должно быть не менее 10 (желательно принимать нечетное их количество n). Поперечные полосы шириной $b=1$ м вырезаются в том сечении плиты, в котором предполагается определять внутренние усилия вдоль оси $y-y$. Поперечный элемент рассматривается как полоса на упругих опорах (рис.1), которая одновременно опирается на две концевые опоры. Для построения линий влияния усилий Z_i , действующих на продольные полосы, над каждой продольной полосой последовательно устанавливается единичная распределенная нагрузка интенсивностью $q=1$, а задача по расчету поперечной полосы, т.е. полосы на упругих опорах, решается смешанным методом строительной механики в постановке Б.Н.Жемочкина [1]. Фиктивное защемление поперечной полосы вводится слева (в точке A). Если учитывать только вертикальные усилия Z_i , то количе-

Система (1) включает $(n+2)$ уравнений, поэтому необходимо ещё одно уравнение, согласно которому перемещение поперечной полосы в точке B равно нулю

$$\delta_{B1}Z_1 + \delta_{B2}Z_2 + \dots + \delta_{Bn}Z_n + \delta_{BB}Z_B + l_B\varphi_A + \Delta_{BP} = 0. \quad (2)$$

Методика определения коэффициентов при неизвестных в уравнениях (1) приведена в работах [2, 3]. Главные единичные перемещения δ_{ii} включают в себя перемещения поперечной полосы от единичных сил Z_i и прогиб y_{ii} продольной полосы в том сечении, в котором определяются неизвестные вдоль оси y - u (где вырезана поперечная полоса). Например, для середины продольной полосы величину y_{ii} следует определять по формуле

$$y_{ii} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{\text{экв}} l_p^4 (1 - \nu_{np}^2)}{E_{np} I_{np}}, \quad (3)$$

где $q_{\text{экв}}$ – эквивалентная равномерно распределенная нагрузка, кН/м. При построении линий влияния усилий на продольные полосы, как уже упоминалось выше, $q_{\text{экв}} = q = 1$; $E_{np} I_{np}$ – изгибная жесткость поперечного сечения продольной полосы, кН·м²; l_a – прогиб продольной полосы, м; ν_{np} – коэффициент Пуассона материала полосы.

Все остальные единичные перемещения δ_{ik} при неизвестных системы (1) и свободные члены включают в себя только перемещения поперечной полосы.

В уравнении (2) все перемещения δ_{ik} (в том числе и главные единичные перемещения δ_{ii}) тоже включают в себя только перемещения поперечной полосы.

Для упрощения определения перемещений δ_{ik} и свободных членов Δ_{iP} умножим первые n уравнений системы (1) и уравнение (2) на величину $1/y_{ii}$. Тогда увеличенные в $1/y_{ii}$ раз единичные перемещения δ'_{ik} равны

$$\delta'_{ik} = \alpha w_{ik}, \quad (4)$$

увеличенные свободные члены

$$\Delta'_{iP} = \alpha \Delta_{iP}, \quad (5)$$

главные единичные перемещения

$$\delta'_{ii} = \beta + \alpha w_{ii}, \quad (6)$$

а коэффициенты $(a_1 - a_n)$ при увеличенном угле поворота φ'_A будут равны 0,5; 1,5; ... $(n-0,5)$; n (при условии, что ширина d всех продольных полос будет одинакова).

Формулы по определению перемещений w_{ii} и w_{ik} , а также показа-

теля α приведены в работах [2, 3].

В формуле (6) $\beta = K_i / K_1$ – коэффициент, учитывающий влияние характера опирания поперечной полосы на величину прогиба $y_{ii}^{(i)}$ i -й продольной полосы от единичной распределенной нагрузки $q=1$.

Рассмотрим поперечную полосу как элемент, нагруженный сосредоточенной силой $P=1$, расположенной на расстоянии y_i от фиктивной заделки (от левого конца поперечной полосы, рис.2). Тогда прогиб $y_{ii}^{(i)}$ в точке i от единичной силы $P=1$, приложенной в этой же точке i , можно выразить формулой из работы [4]

$$E_{non} I_{non} y_{ii}^{(i)} = \frac{1}{3} l_b^3 (\xi_i^2 - 2\xi_i^3 + \xi_i^4), \quad (7)$$

где $E_{non} I_{non}$ – изгибная жесткость сечения поперечной полосы; ξ – относительное расстояние от точки A до точки приложения силы $P=1$.

$$\xi = \frac{y_i}{l_b}. \quad (8)$$

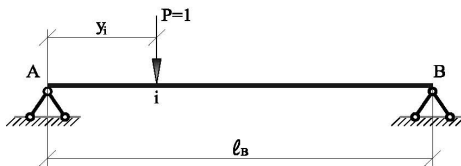


Рис.2 – Схема для определения прогибов $y_{ii}^{(i)}$ под i -й точкой поперечной полосы от $P=1$

Обозначим через

$$K_i = \frac{1}{3} (\xi_i^2 - 2\xi_i^3 + \xi_i^4). \quad (9)$$

Величиной K_1 обозначим выражение (9) для средней продольной полосы, т.е. для точки, в которой $\xi = 0,5$. Тогда для средней полосы (наиболее удаленной от точек A и B опирания концов поперечной полосы) $\beta = 1$, для остальных полос величина β будет меньше единицы.

Предлагается следующий порядок решения задачи по определению внутренних усилий и деформаций системы.

Единичной силой $q=1$ (рис.1) поочередно загружается поперечная полоса (нагрузка $q=1$ ставится над ее левым и правым концами и над каждой продольной полосой). Решаются системы уравнений (1)-(2) и по результатам расчета строятся линии влияния усилий Z_i . Загрузив линии влияния усилия Z_i внешней реальной нагрузкой, получим доли

от всей нагрузки, т.е. получим так называемые коэффициенты поперечной установки (КПУ), которые представляют собой сумму ординат линий влияния, если линии влияния загружаются равными по величине сосредоточенными силами. Если линии влияния Z_i загружаются сплошной или кусочной распределенными нагрузками, то

$$КПУ = \sum \omega, \quad (10)$$

где $\sum \omega$ – сумма площадей линии влияния в пределах ее длины загрузки b_1 вдоль поперечной полосы.

После определения КПУ_{*i*} каждый продольный элемент рассматривается как полоса на двух опорах, нагруженная внешней нагрузкой. При определении истинных внутренних усилий в *i*-й продольной полосе полученные от внешней нагрузки усилия и деформации следует умножить на КПУ_{*i*}.

Загрузив линии влияния усилий Z_i внешними нагрузками (силами P_i , кН, или распределенными нагрузками интенсивностью q , кПа), получим усилия Z_i . После этого поперечная полоса рассматривается как обычная балка, нагруженная усилиями Z_i и реактивными силами Z_A и Z_B .

При расчете поперечной полосы следует учесть, что кусочную нагрузку интенсивностью q_1 , (кН/м²) и размерами в плане $a_1 \cdot b_1$ вдоль пролета l_a воспринимает плита длиной a [5]

$$a = a_1 + \frac{l_b}{3} \geq \frac{2}{3} l_b. \quad (11)$$

Таким образом, на поперечную полосу шириной $b' = 1$ м приходится сила

$$P' = \frac{P}{a}, \quad (12)$$

где P – сила, действующая на полосу ($P = q_1 \cdot a_1 \cdot b_1$).

При загрузении линий влияния Z_i следует вводить интенсивность распределенной нагрузки $q = P' / b_1$.

Расчет анизотропных пластин проводится путем решения той же системы уравнений.

Рассмотрим пластину, опертую по четырем сторонам (рис.3) и нагруженную линейной распределенной нагрузкой $q = 50$ кН/м (первая схема нагружения) и кусочной равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью $q = 41,5667$ кН/м², приложенной по площади $2,4 \times 2,1$ м (вторая схема нагружения).

По формуле, приведенной в работах [2, 3], определяем показатель

α (он равен 0,02048). Задачу решаем без учета крутящих моментов, расчленив пластину на пять продольных полос шириной $d=3/5=0,6$ м. После решения системы уравнений (1)-(2) были построены линии влияния Z_i и реакций Z_A и Z_B (рис.4).

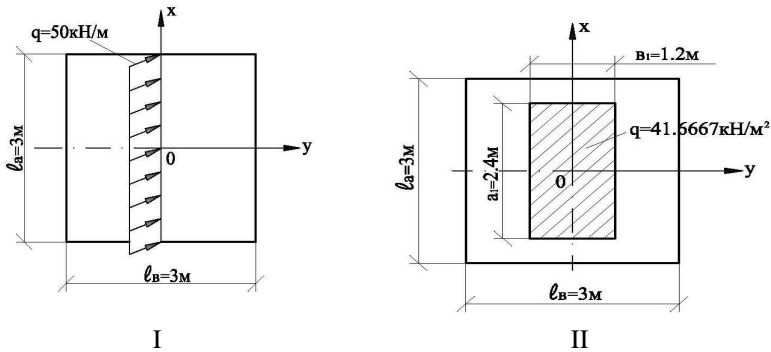


Рис.3 – Схемы загрузки распределенными нагрузками пластинки

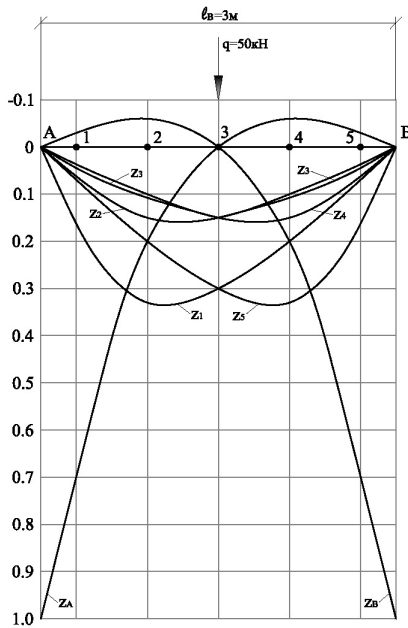


Рис.4 – Линии влияния усилий Z_A, Z_B, Z_1-Z_5

Загрузив линии влияния Z_i сосредоточенной силой $q = 1$ (первая схема загрузки), приложенной в точке с координатами $x = 0, y = 0$, т.е. по середине пролета $l_b / 2$, получим коэффициенты поперечной установки (КПУ): $КПУ_A = КПУ_B = 0,0143$; $КПУ_I = КПУ_5 = 0,2905$; $КПУ_3 = 0,1402$.

Загрузив линии влияния Z_i , Z_A и Z_B равномерно распределенной нагрузкой $q = 1$ и длиной $b_1 = 1,2$ м (вторая схема загрузки), получим коэффициенты поперечной установки ($КПУ_i = \omega_i$, где ω_i – площадь участка линии влияния Z_i в пределах длины ее загрузки, т.е. на длине $b_1 = 1,2$ м). Тогда: $КПУ_A = КПУ_B = 0,03321$; $КПУ_I = КПУ_5 = -0,32472$; $КПУ_2 = КПУ_4 = 0,16680$; $КПУ_3 = 0,15$.

При загрузке пластины линейной нагрузкой определены изгибающие моменты в середине пластины ($M_A = 13,3$ кНм, $M_B = 20,95$ кНм). При расчете пластины по методу Б.Г.Галеркина [6] получены следующие изгибающие моменты: $M_A = 13,05$ кНм (разница 1,99%); $M_B = 18,60$ кНм (разница составляет 12,18%).

Изгибающие моменты, рассчитанные при загрузке пластины по второй схеме (кусочной нагрузкой), равны: $M_A = 11,25$ кНм (по Б.Г.Галеркину $M_A = 10,56$ кНм); $M_B = 11,99$ кНм (по Б.Г.Галеркину $M_B = 12,00$ кНм), т.е. моменты M_A отличаются на 6,13%, а моменты M_B по величине практически совпадают.

Анализ полученных результатов свидетельствует, что даже при делении пластины на пять продольных полос и при игнорировании влияния на НДС системы крутящих моментов получены приемлемые для практики величины изгибающих моментов. Это подтверждает правильность положенных нами в предложенный метод расчета исходных предпосылок и методики реализации расчета по определению НДС системы.

1. Жемочкин Б.Н., Сеницын А.П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Госстройиздат, 1962. – 239 с.

2. Кожушко В.П. Расчет пролетных строений балочных мостов разрезной системы // Сопротивление материалов и теория сооружений. Вып.36. – К.: Будівельник, 1980. – С.118-122.

3. Кожушко В.П., Биндюг С.А. Определение внутренних усилий в монолитных плитных пролетных строениях при шарнирном опирании на опоры // Вестник Харьков. нац. автомобильно-дорожного ун-та. Вып.17. – Харьков: ХНАДУ, 2002. – С.75-78.

4. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений (расчетно-теоретический) / В.Л.Агамиров, В.Н.Архангельский, М.С.Бернштейн и др.; Под ред. А.А.Уманского. – М.: Госстройиздат, 1960. – 1040 с.

5. Поливанов Н.И. Проектирование и расчет железобетонных и металлических автодорожных мостов. – М.: Транспорт, 1970. – 516 с.

6. Галеркин Б.Г. Собрание сочинений. Т.2. – М.: Изд-во АН СССР, 1953. – 440 с.

Получено 26.10.2007